OPERAČNÍ PROGRAM PRAHA
ADAPTABILITA

EVROPSKÝ SOCIÁLNÍ FOND

Přímkové plochy ve stavební praxi

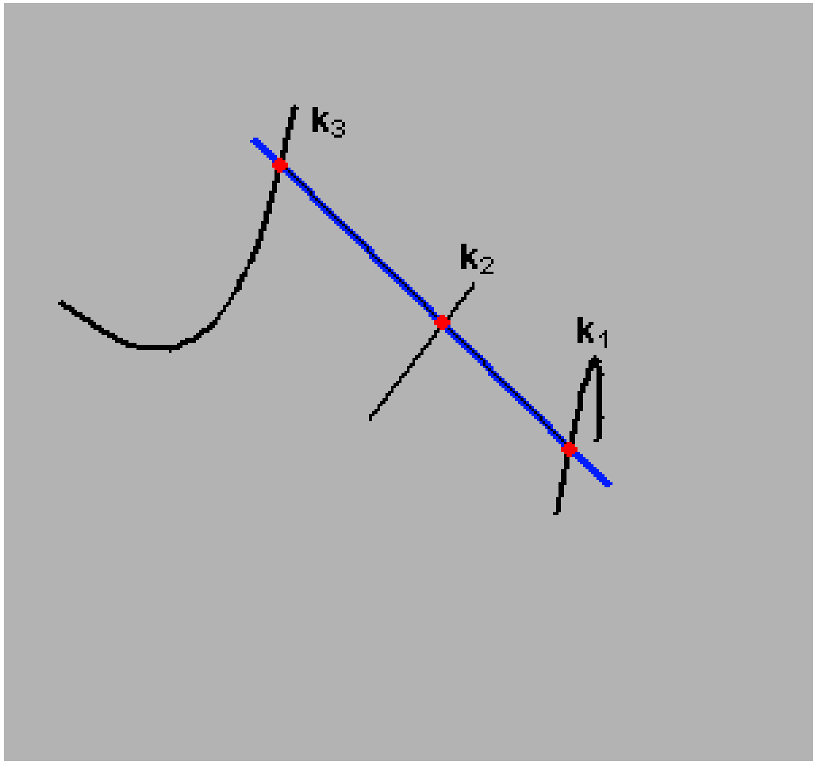
PRAHA & EU
INVESTUJEME DO VAŠÍ BUDOUCNOSTI

ČVUT FSv – program Stavební inženýrství

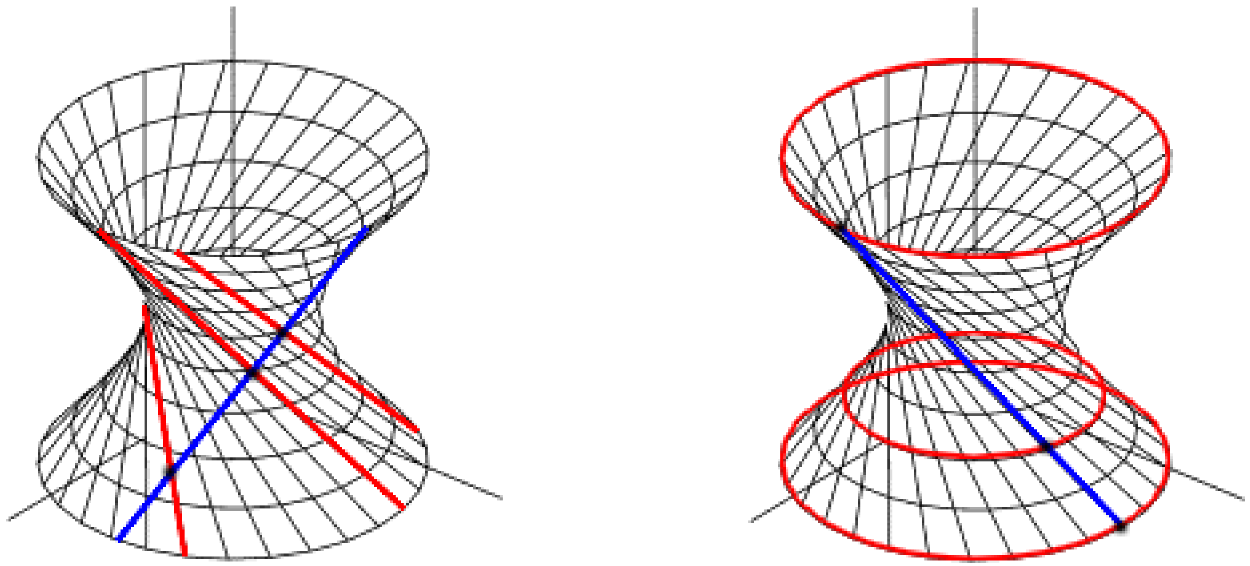
- Proč jsou přímkové plochy často využívány na stavbách?
- Přímka představuje model nejjednoduššího stavebního prvku (hrana, trám).
- Matematicky lze přímku jednoduše popsat parametrickou rovnicí a spolu s tím i celou plochu jako základ pro další zpracování (např. statika konstrukce).

Které plochy je možné nazvat přímkovými?

- Plocha se nazývá přímková, pokud na ní leží nekonečně mnoho přímek.
- Přímkovou plochu tvoří množina přímek v prostoru, které protínají tři zadané křivky.

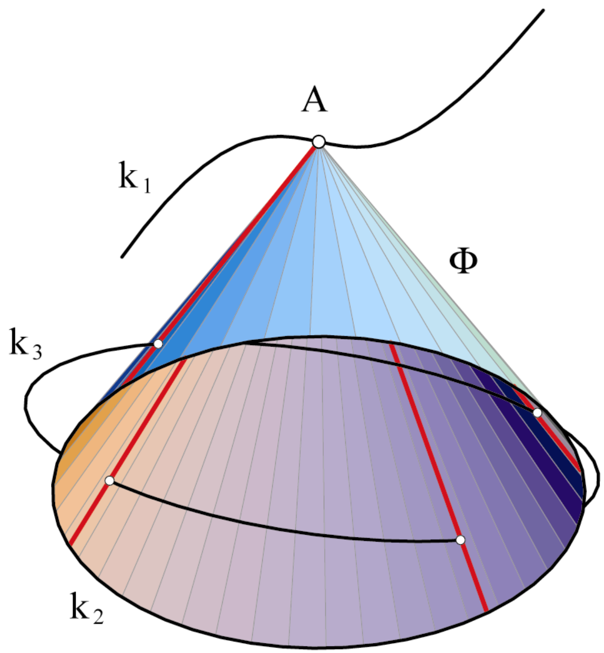


- Možnosti volby trojice řídicích přímek



Konstrukce přímek na ploše

Použití pomocné kuželové plochy s vrcholem na jedné z řídicích křivek a „podstavou“ v druhé řídicí křivce.



Nejjednodušší přímkové plochy

- Rovina (plocha 1. stupně)
- Kuželová plocha (všechny přímky na ploše jsou různoběžné)
- Válcová plocha (všechny přímky na ploše jsou rovnoběžné)

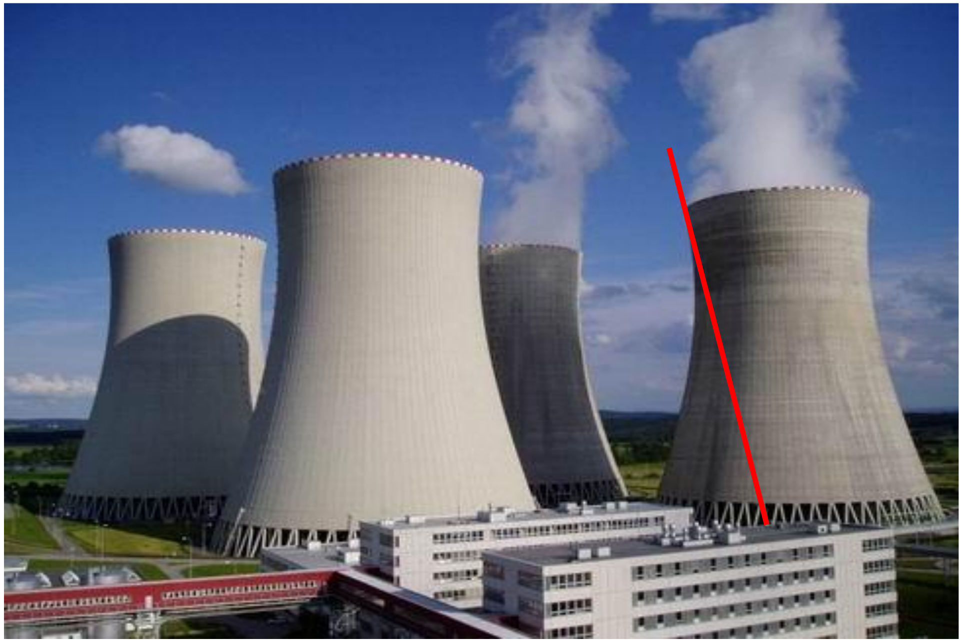


Nejjednodušší přímkové plochy

- Jednodílný rotační hyperboloid (plocha 2. stupně)
- Hyperbolický paraboloid (plocha 2. stupně)

- Jednodílný rotační hyperboloid

Vzniká rotací přímky mimoběžné s osou rotace.



Klasické využití – chladicí věže elektráren (svislá osa rotace)

▪ Jednodílný rotační hyperboloid

Vzniká rotací přímky mimoběžné s osou rotace.

Méně obvyklé využití – zastřešení sportovní haly (vodorovná osa rotace)

Bratislava - Sportovní hala Pasienky

Jednodílný rotační hyperboloid

Vzniká rotací přímky mimoběžné s osou rotace.

Méně obvyklé využití – opláštění lávky pro pěší (vodorovná osa rotace)

Manchester – Corporation Street (architekt Santiago Calatrava)

Jednodílný rotační hyperboloid

Vzniknout může také rotací hyperboly kolem její vedlejší osy.

Odvození rovnice:

Meridián: hyperbola, vedlejší osa na ose rotace

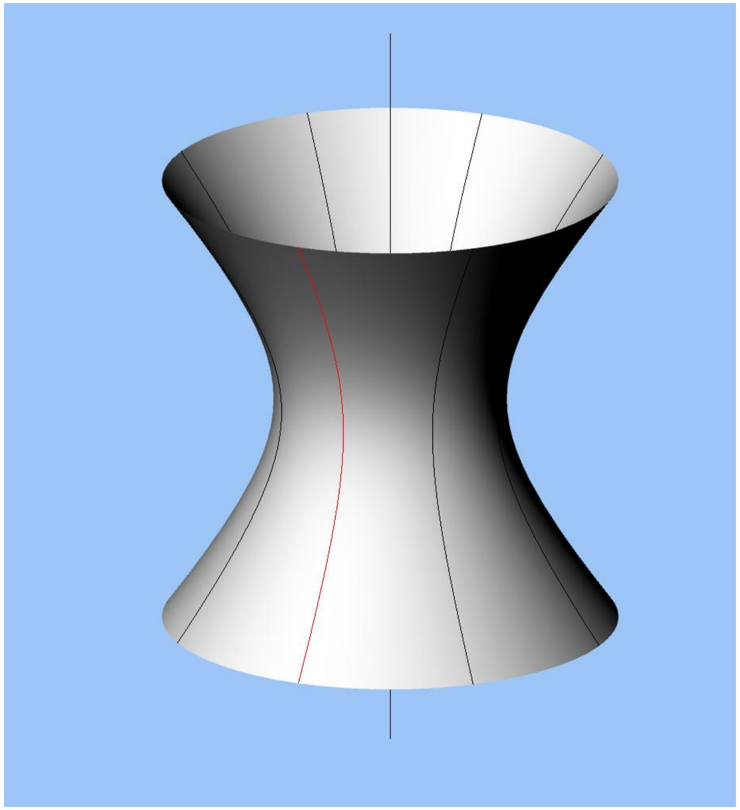
$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2} = 1,\ x = 0$$

Rovnice plochy:

$$y \rightarrow \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2} = 1$$

$$+\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2} = 1$$



Řezy jednodílného rotačního hyperboloidu

$$\boxed{\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}-\frac{z^2}{b^2}=1}$$

S=[0,0,0], o//z

Řezy rovinami kolmými k ose:

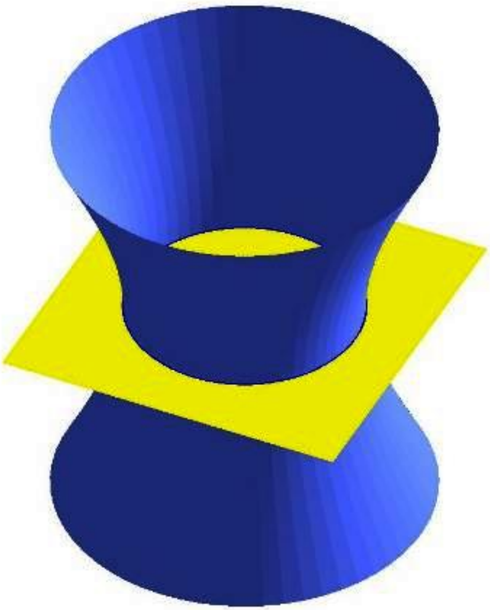
$$z=k,\ k\in R$$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}-\frac{k^2}{b^2}=1$$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}=1+\frac{k^2}{b^2}$$

$$x^2+y^2=a^2\left(1+\frac{k^2}{b^2}\right)$$

$$r=a\sqrt{1+\frac{k^2}{b^2}}$$



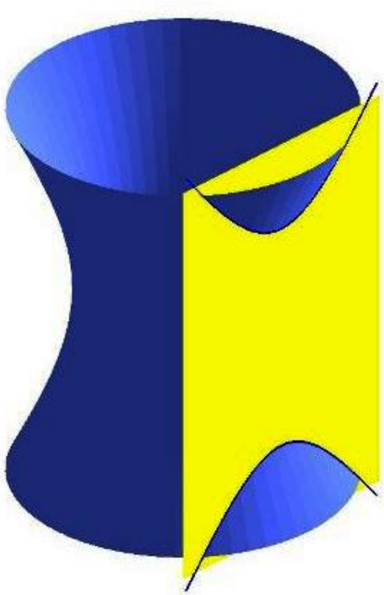
Kružnice

se středem S=[0,0,k] a poloměrem r

Řezy jednodílného rotačního hyperboloidu

$$\boxed{\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}-\frac{z^2}{b^2}=1}$$

S=[0,0,0], o//z



Řezy rovinami rovnoběžnými s osou:

$$y=k,\ k\in R$$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{k^2}{a^2}-\frac{z^2}{b^2}=1$$

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{z^2}{b^2}=1-\frac{k^2}{a^2}$$

$$m=1-\frac{k^2}{a^2}$$

Pro m>0 : hyperbola se středem S=[0,k,0] a hlavní osou rovnoběžnou s osu x

Pro m<0 : hyperbola se středem S=[0,k,0] a hlavní osou rovnoběžnou s osu z

Řezy jednodílného rotačního hyperboloidu

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}-\frac{z^2}{b^2}=1$$

S=[0,0,0], o//z

Řezy rovinami rovnoběžnými s osou:

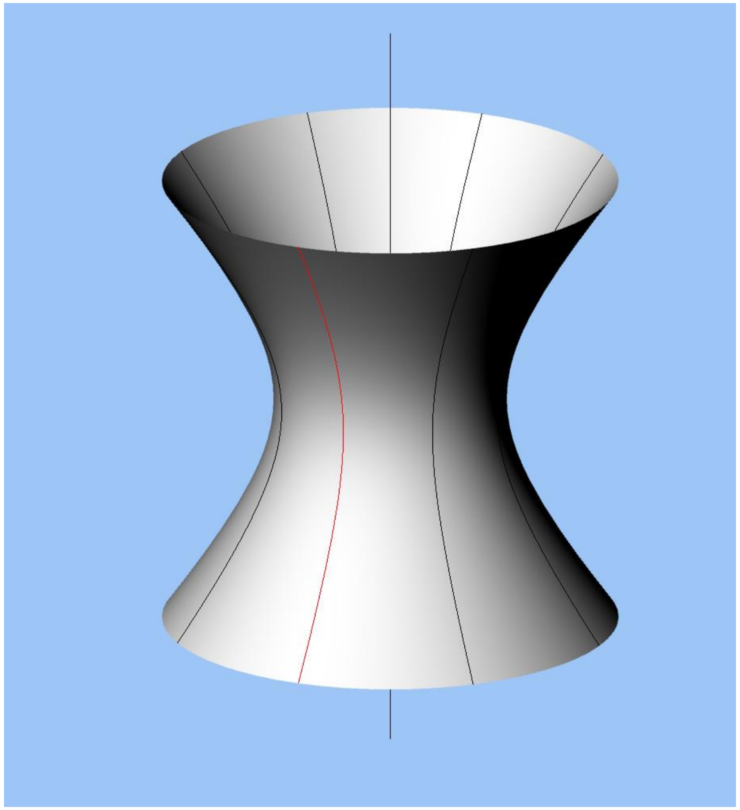
$$y=k,\ k\in R$$
$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{k^2}{a^2}-\frac{z^2}{b^2}=1$$
$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{z^2}{b^2}=1-\frac{k^2}{a^2}$$
$$m=1-\frac{k^2}{a^2}$$

Pro m=0 (platí pro k=a):

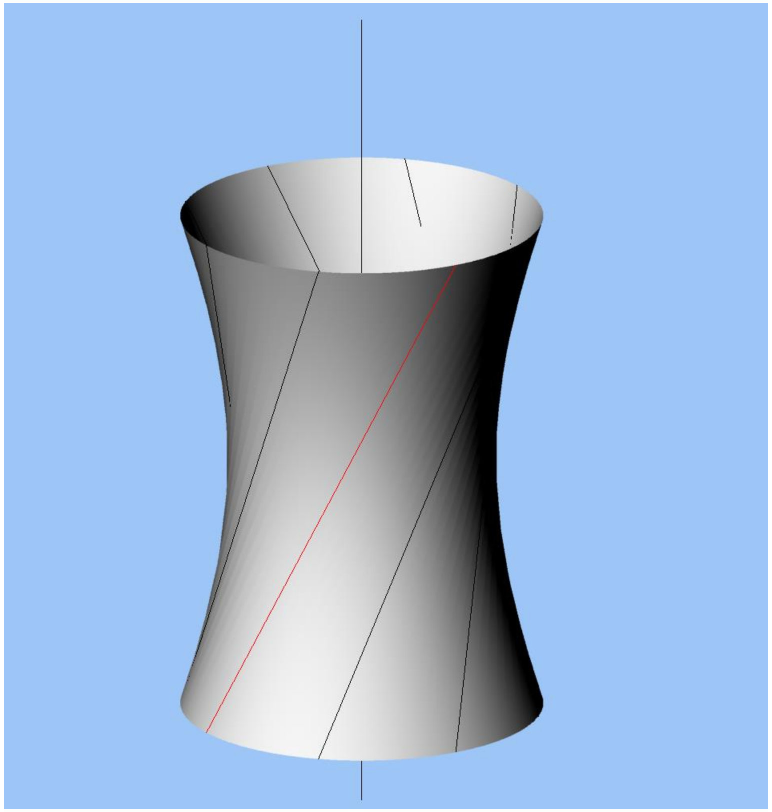
$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{z^2}{b^2}=0$$
$$\left(\frac{x}{a}+\frac{z}{b}\right)\left(\frac{x}{a}-\frac{z}{b}\right)=0$$
$$\left(\frac{x}{a}+\frac{z}{b}=0\right)\vee\left(\frac{x}{a}-\frac{z}{b}=0\right)$$

dvě různoběžné přímky p, q

- Vznik jednodílného rotačního hyperboloidu



Rotace hyperboly kolem vedlejší osy



Rotace přímky kolem mimoběžné osy

Řezy jednodílného rotačního hyperboloidu

Řez rovinou $y = a$:

$$\left(\frac{x}{a}+\frac{z}{b}=0\right) \vee \left(\frac{x}{a}-\frac{z}{b}=0\right)$$

$$p: \quad z = -\frac{b}{a}x$$

$$q: \quad z = +\frac{b}{a}x$$

Přímky p, q leží na ploše.

Meridián v rovině $y = 0$:

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{z^2}{b^2}=1$$

$$p': \quad z = -\frac{b}{a}x$$

$$q': \quad z = +\frac{b}{a}x$$

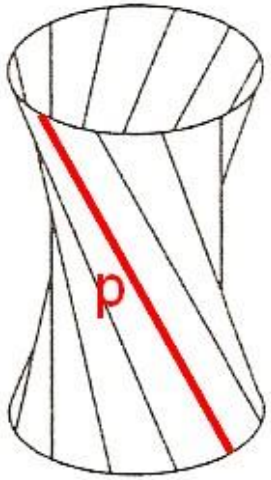
Přímky p′, q′ jsou asymptoty meridiánu plochy.

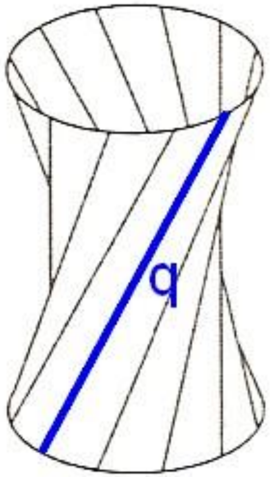
▪ Systémy přímek jednodílného rotačního hyperboloidu

Přímky je možno rozdělit do dvou systémů (regulů). Do jednoho systému patří přímky, které vzniknou rotací přímky p, do druhého přímky vzniklé rotací přímky q.

Plocha je rotační, proto přímek na jednodílném rotačním hyperboloidu je nekonečně mnoho.

Na jednodílném rotačním hyperboloidu leží dvě různoběžné přímky p, q v rovině y=a.





- Systémy přímek jednodílného hyperboloidu

Rozhledna Borůvka - rotační hyperboloid

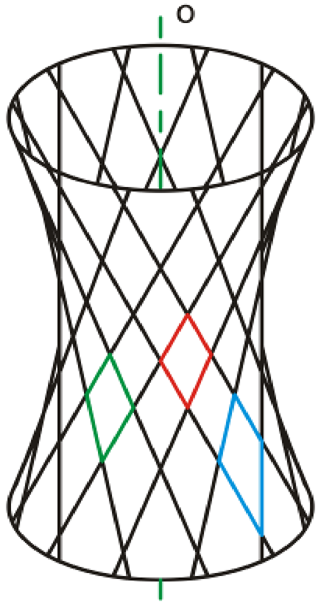
Rozhledna Slunečná - nerotační hyperboloid

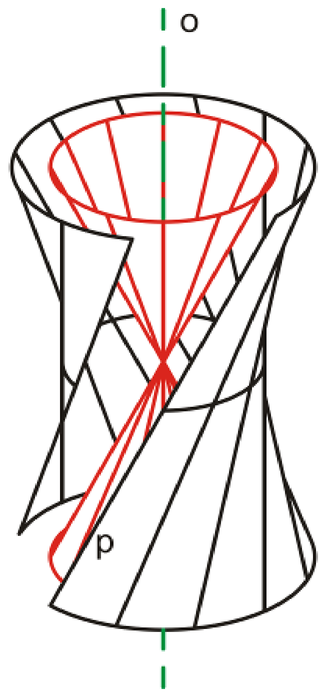
- Systémy přímek jednodílného rotačního hyperboloidu

V jednom systému (regulu) jsou všechny přímky navzájem mimoběžné.

Přímky z různých systémů jsou různoběžné.

Každá přímka jednodílného rotačního hyperboloidu je rovnoběžná s asymptotou jednoho z meridiánu plochy.





- Stavby s využitím jednodílného rotačního hyperboloidu

Nejstarší dochovaná stavba s konstrukčním užitím jednodílného rotačního hyperboloidu

Šuchovského věž ve vesničce Polibino, Rusko (1896)

- Stavby s využitím jednodílného rotačního hyperboloidu

McDonnellovo planetárium v Saint Louis (USA)

- Výborné statické vlastnosti - betonová skořepina tloušťky 75mm
- Konstruktér Albert Alper

▪ Stavby s využitím jednodílného rotačního hyperboloidu

Brasilia - metropolitní katedrála

- Součást výstavby nového hlavního města
- Architekt Oscar Niemayer (1907-2012)
- Využití meridiánů – hyperbol – jako dekoračního prvku

▪ Hyperbolický paraboloid

Nelze vytvořit rotací ani prostorovou dilatací z rotační plochy.

Střechy na historických stavbách:

vodorovný okap i hřeben střechy

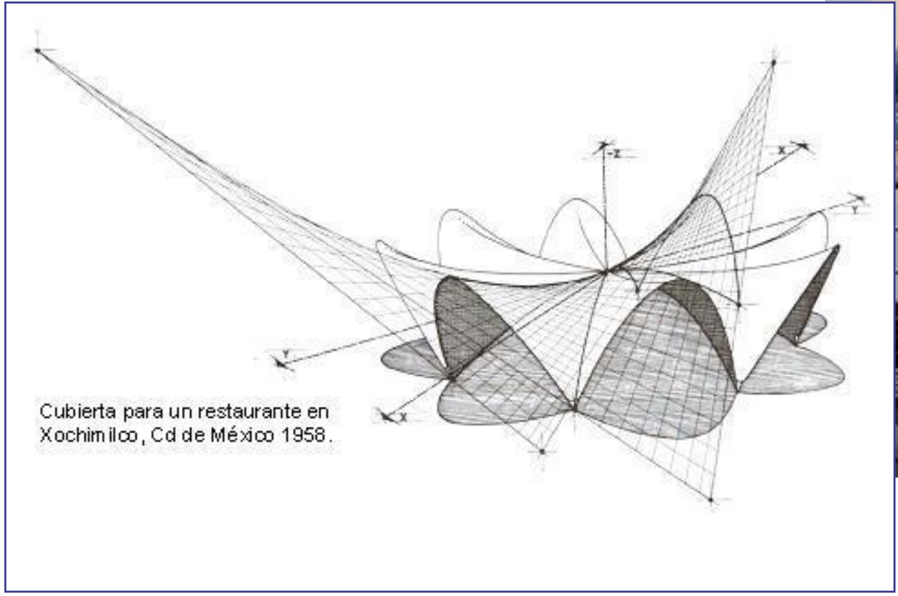
Moderní architektura:

zastřešení dané zborceným čtyřúhelníkem

Hyperbolický paraboloid

Oceánografické muzeum Valencie

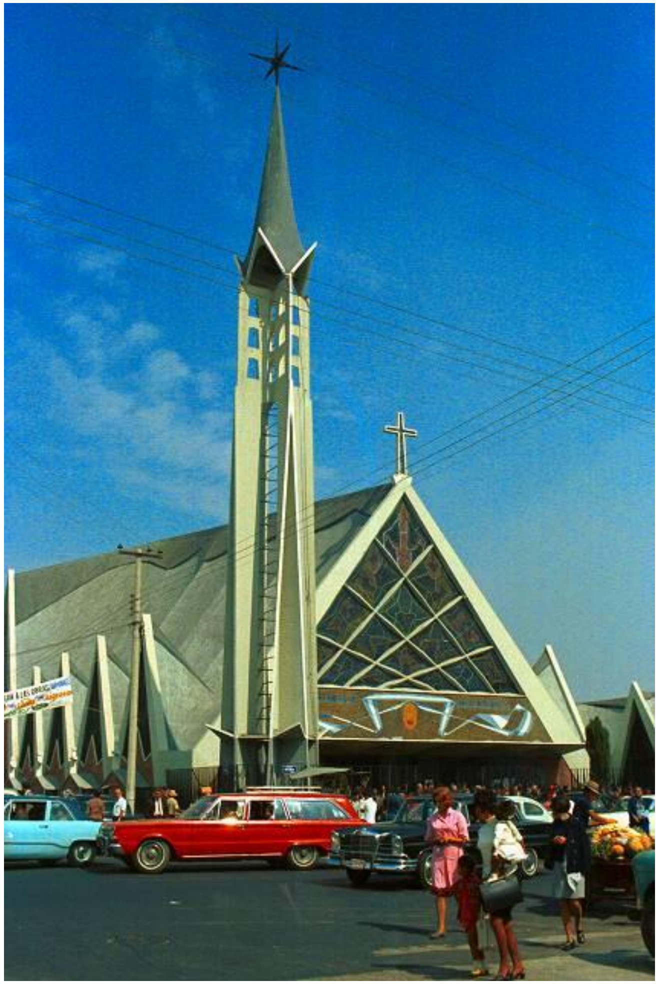
- autoři Felix Candela a Santiago Calatrava
- dokončeno 2004
- betonová skořepina s dobrou statikou



- Hyperbolický paraboloid

Felix Candela
Kostel Zázračné panny Marie (Mexico)

Přímky na ploše



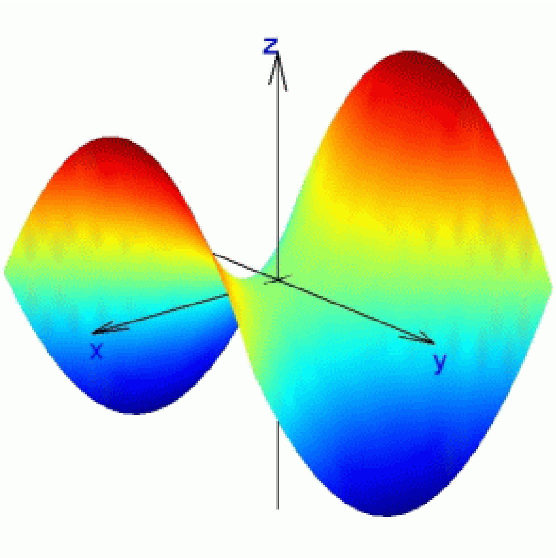
Hyperbolický paraboloid

Zastřešení sportovní haly
Calgary – Saddledome

Okraj zastřešení: průnik s kulovou plochou

Hyperbolický paraboloid jako kvadrika

$$\boxed{\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2pz}$$



1. V rovnici se vyskytují všechny proměnné, proto se nejedná o válcovou plochu.

2. V rovnici se nevyskytuje proměnná *z* ve druhém stupni, proto se jedná o paraboloid s osou rovnoběžnou (totožnou) se souřadnicovou osou *z*.

3. Řezy rovinami kolmými k ose nejsou elipsy ani kružnice, proto se nejedná o eliptický ani rotační paraboloid.

Závěr:

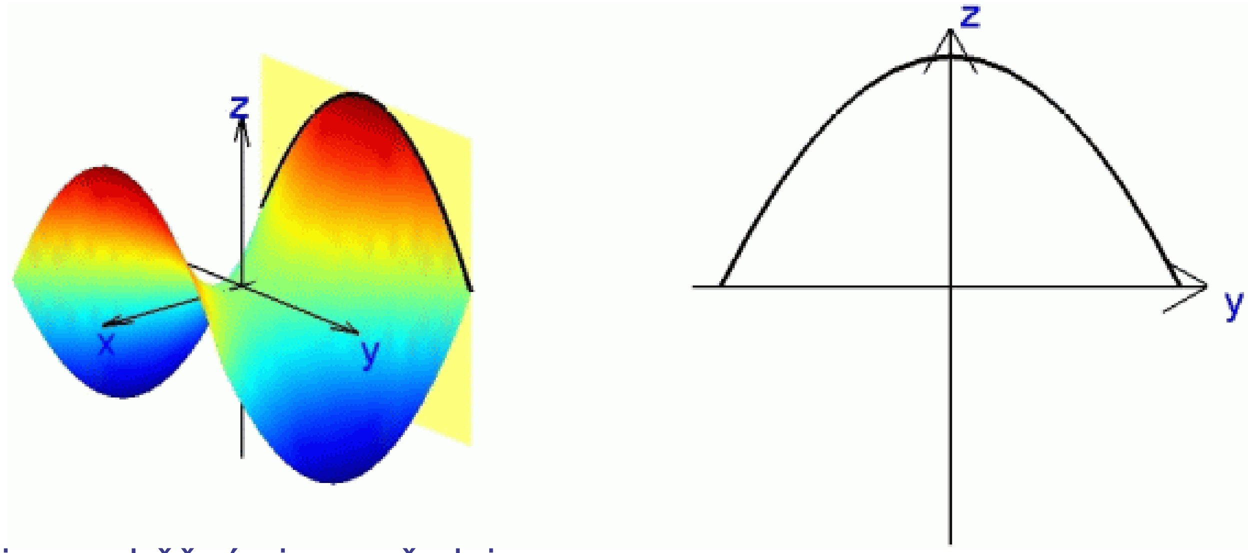
Plocha je hyperbolický paraboloid (sedlová plocha).

Hyperbolický paraboloid - vlastnosti

$$\boxed{\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2pz}$$

Řezy rovinami rovnoběžnými s osou:

$$\boxed{\begin{aligned} &x = k,\ k \in R \\ &\frac{k^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2pz \end{aligned}}$$



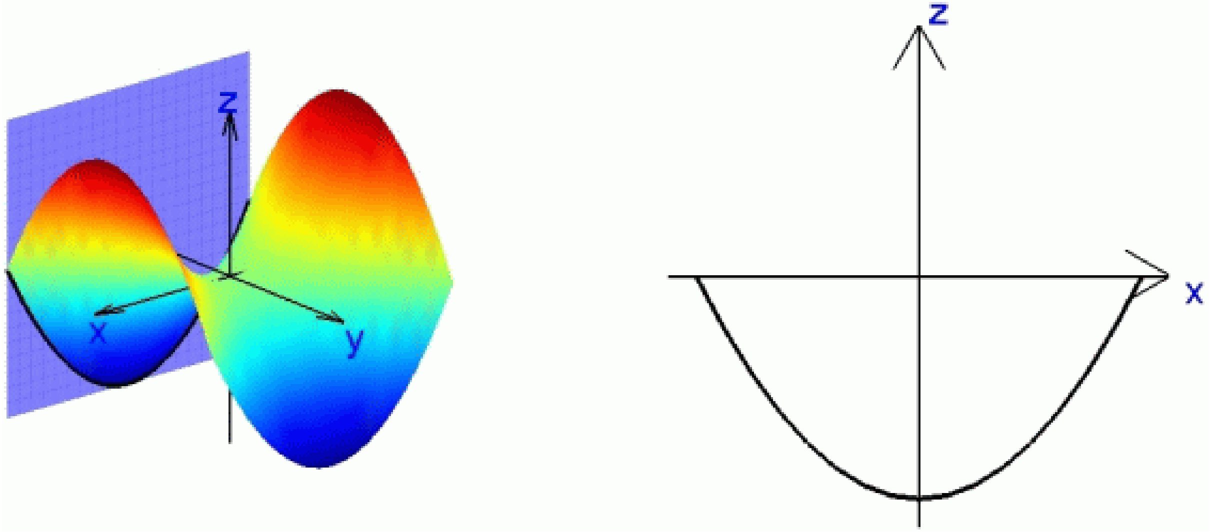
Shodné paraboly s osami rovnoběžnými s souřadnicovou osou z

Hyperbolický paraboloid - vlastnosti

$$\boxed{\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=2pz}$$

Řezy rovinami rovnoběžnými s osou:

$$\boxed{\begin{gathered} y=k,\ k\in R \\ \frac{x^2}{a^2}-\frac{k^2}{b^2}=2pz \end{gathered}}$$

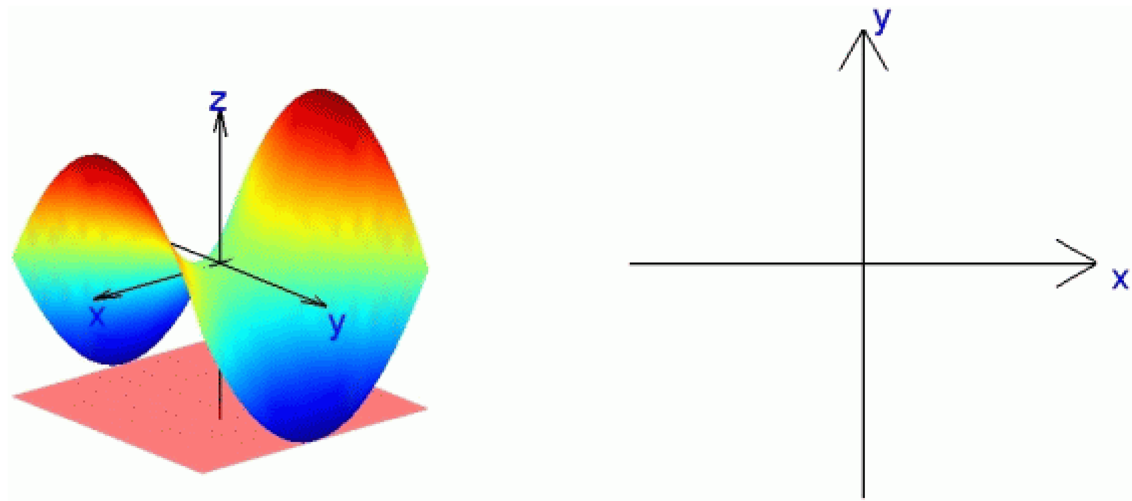


Shodné paraboly s osami rovnoběžnými s souřadnicovou osou z

Hyperbolický paraboloid - vlastnosti

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2pz$$

Řezy rovinami kolmými k ose:



$$z = k, k \in R$$
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2pk$$

k>0 …. hyperbola s hlavní osou na ose x

k<0 …. hyperbola s hlavní osou na ose y

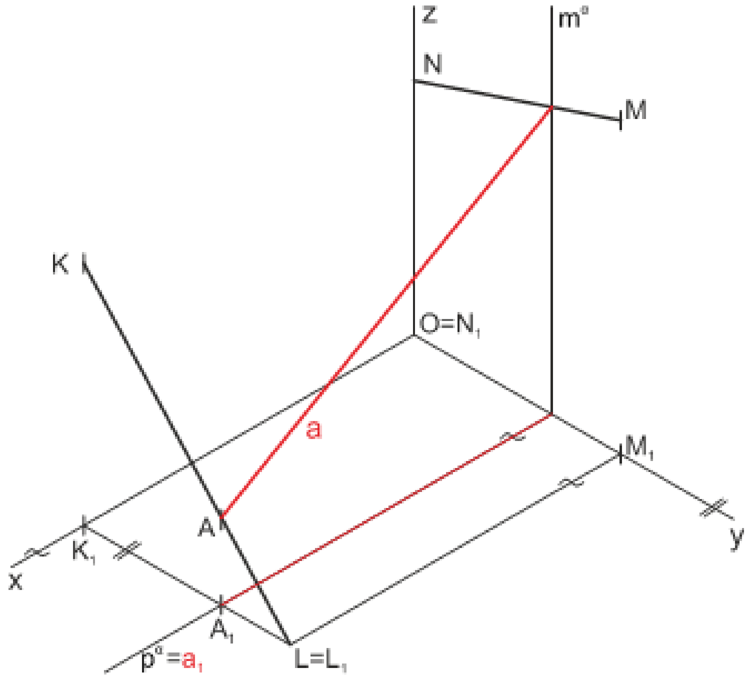
k=0 …. dvojice různoběžek

$$z = 0$$
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0$$
$$\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right)\left(\frac{x}{a} - \frac{y}{b}\right) = 0$$

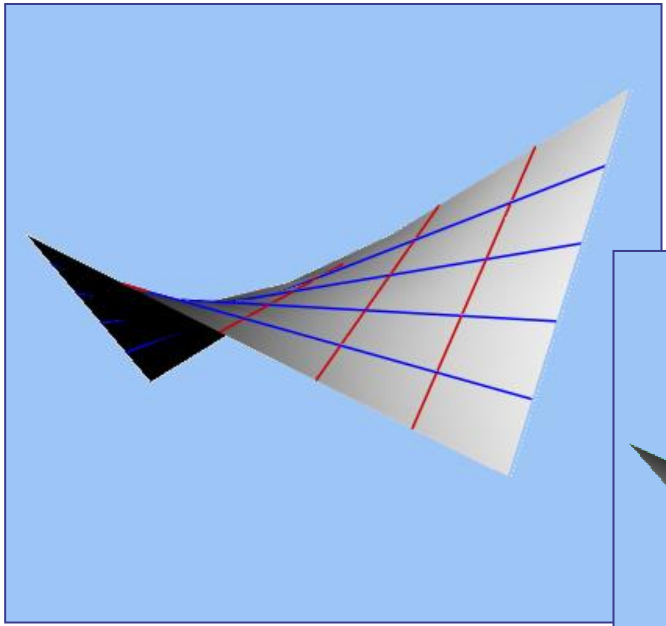
▪ Hyperbolický paraboloid jako přímková plocha

Systém příček mimoběžek na ploše

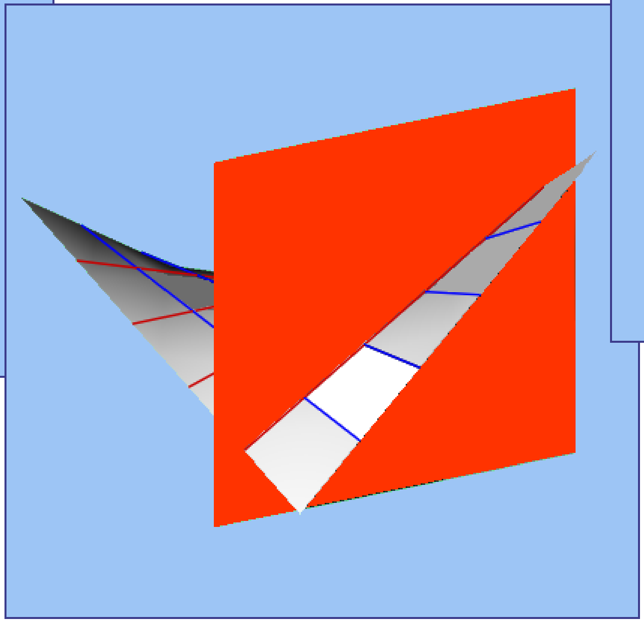
Střecha rodinného domku v Klínci u Prahy



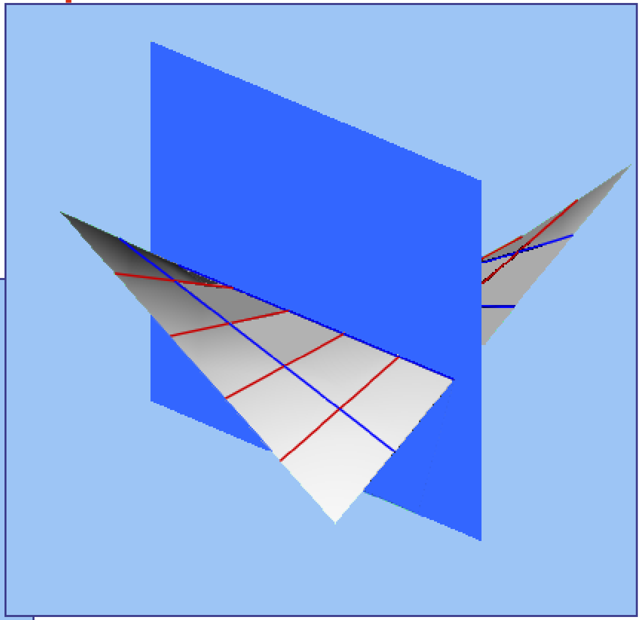
- Hyperbolický paraboloid jako přímková plocha



Dva systémy přímek na ploše

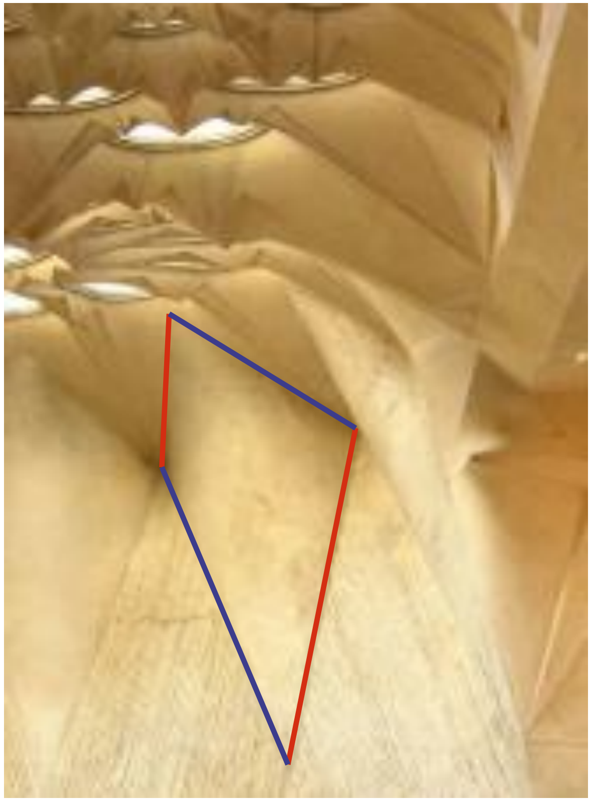


Řídicí rovina 1. systému



Řídicí rovina 2. systému

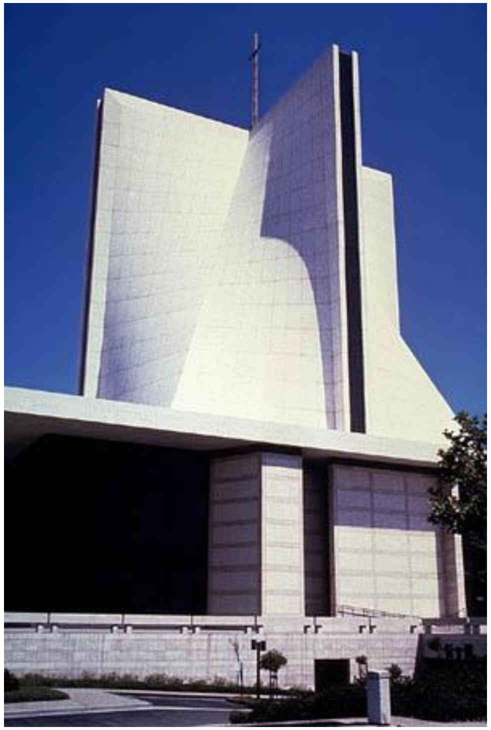
- Hyperbolický paraboloid v moderní architektuře



Katedrála Sagrada familia (Barcelona)

Antoni Gaudí

- Stavby s využitím hyperbolického paraboloidu



St. Mary's Cathedral, San Francisco
Pier Luigi Nervi 1966-1971

St. Mary's Cathedral, Tokyo
Kenzo Tange 1963

- Stavby s využitím hyperbolického paraboloidu

zastřešení s využitím tří hyperbolických paraboloidů

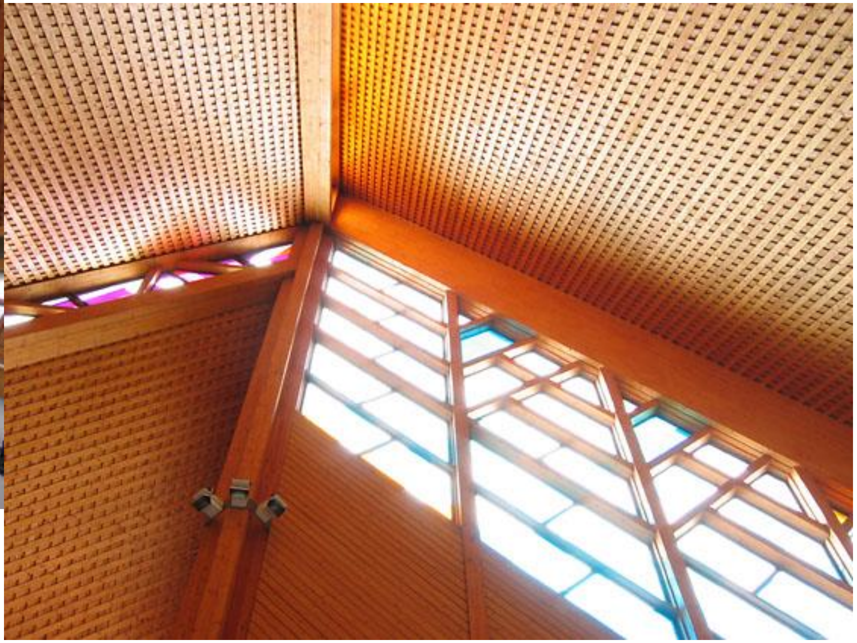
Kostel Neposkvrněného početí Panny Marie
Praha - Strašnice

•architekt Jindřich Synek

•realizace 1990-1994

▪ Stavby s využitím hyperbolického paraboloidu

zastřešení s využitím tří hyperbolických paraboloidů



Kostel Neposkvrněného početí Panny Marie
Praha - Strašnice

- Interiér kostela
- Přímky plochy jako architektonický prvek

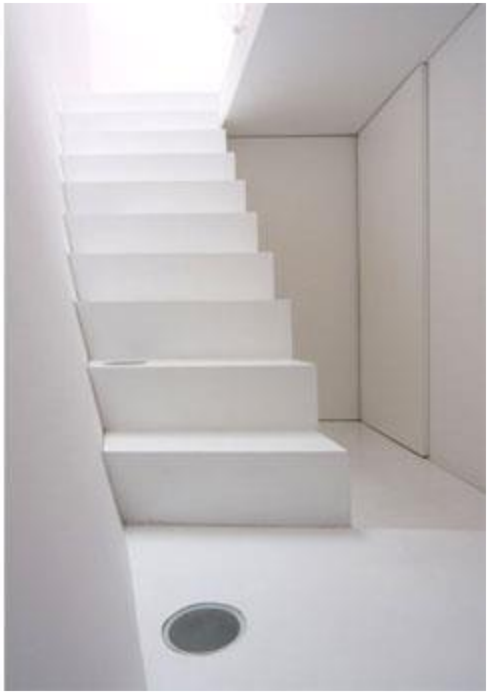
Stavby s využitím hyperbolického paraboloidu

spojení většího množství hyperbolických paraboloidů

zastřešení nástupišť systémem spojování zborcených čtyřúhelníků

Autobusové nádraží České Budějovice

Stavby s využitím hyperbolického paraboloidu



Netradiční využití plochy hyperbolického paraboloidu jako obvodové zdi.

Japonsko

- Srovnání přímkových kvadrik

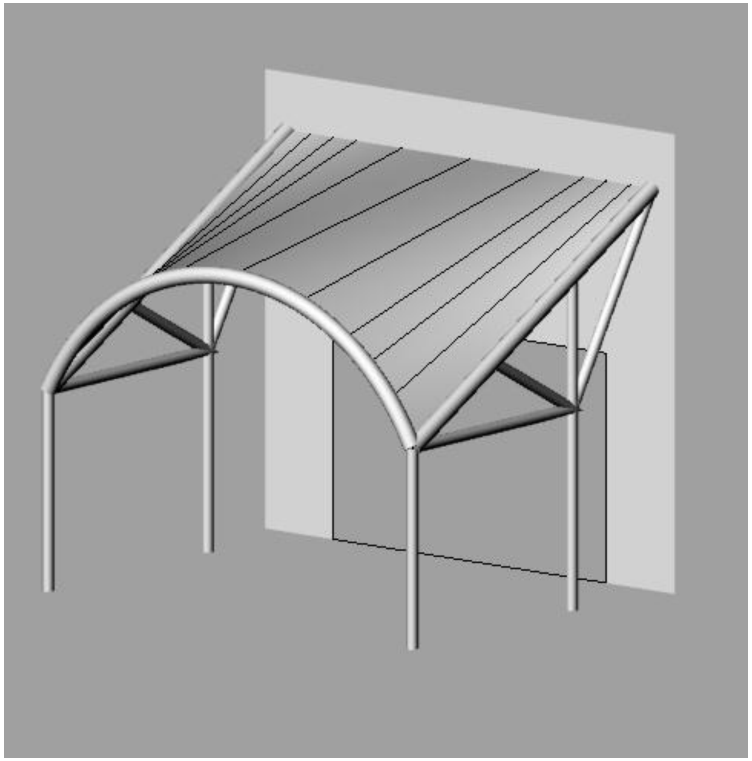
Sportovní hala Bratislava

?

Kongresová hala Berlín

Další přímkové plochy - konoidy

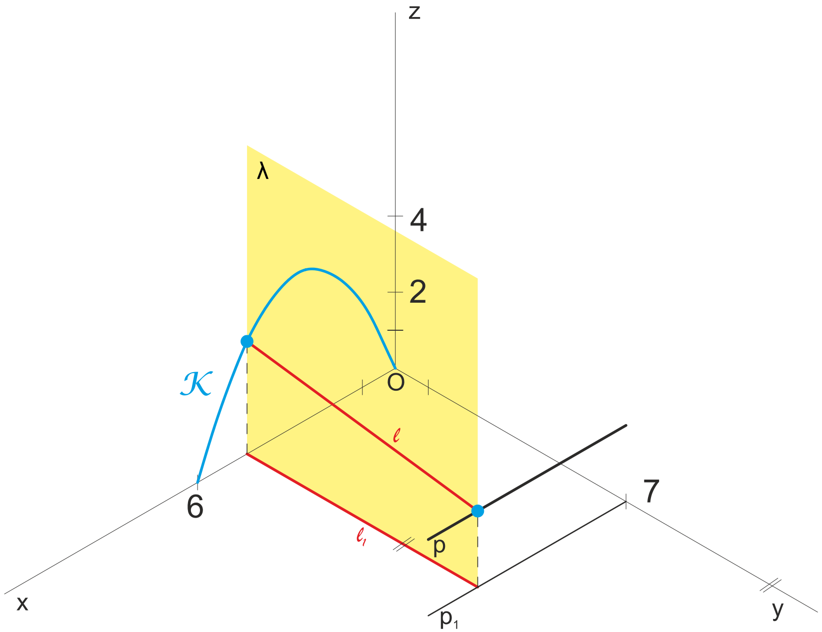
1 řídicí křivka, 1 řídicí přímka, 1 řídicí rovina



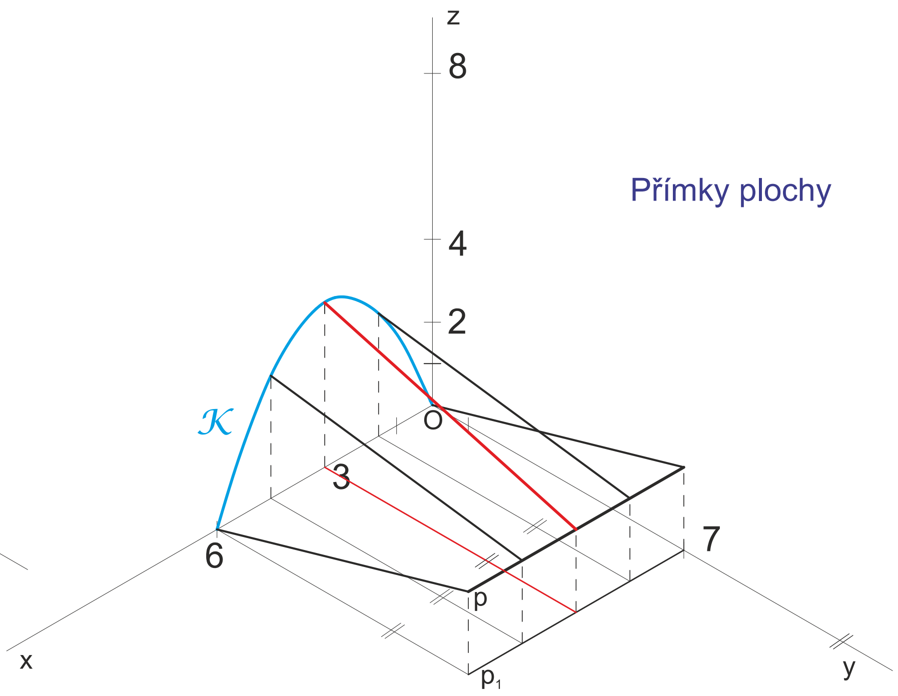
Přímý kruhový konoid

Další přímkové plochy - konoidy

1 řídicí křivka, 1 řídicí přímka, 1 řídicí rovina



Přímý parabolický konoid – určující prvky



Přímky plochy

Další přímkové plochy - konusoidy

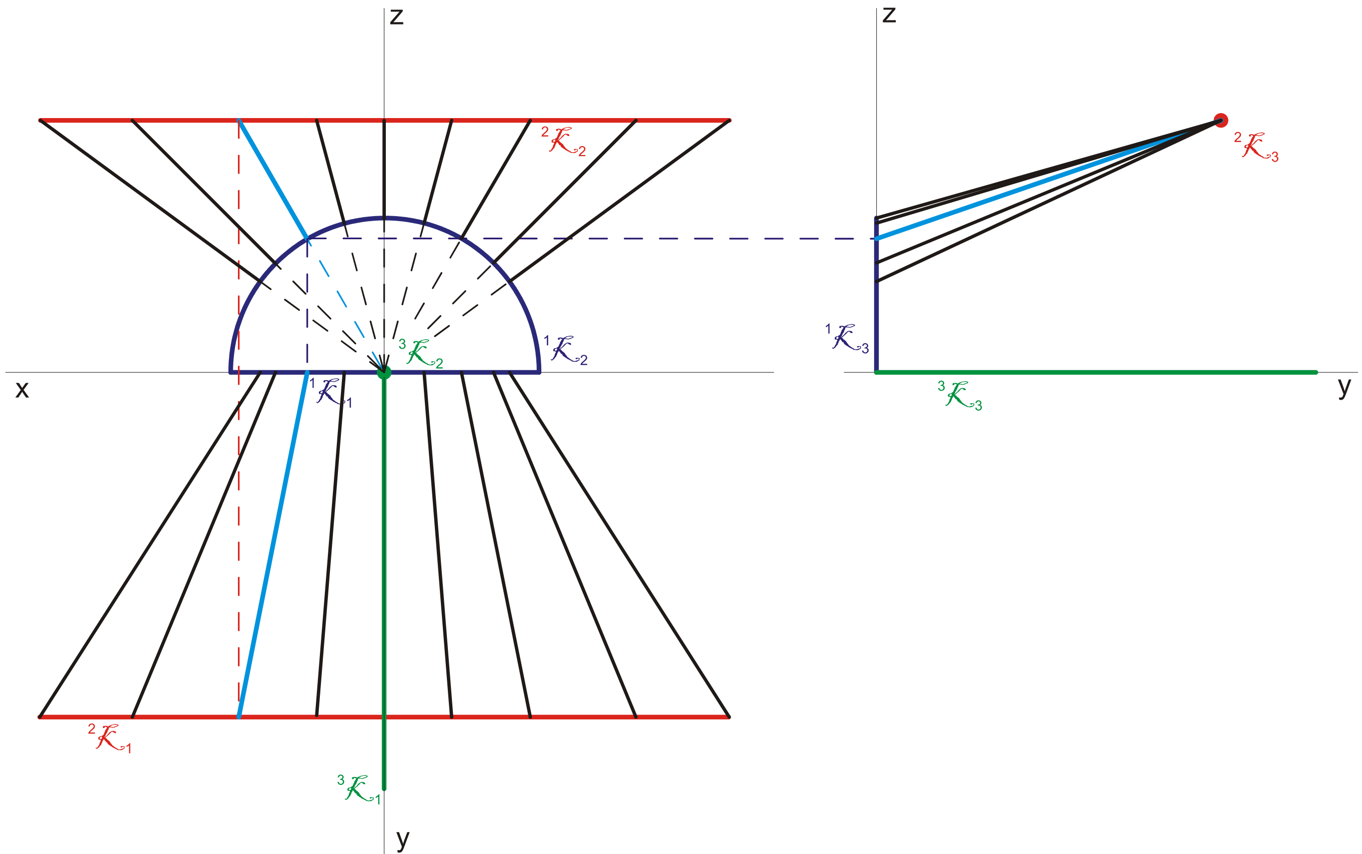
1 řídicí křivka, 2 řídicí přímky (mimoběžné)

Štramberská Trúba

Montpelliérský oblouk

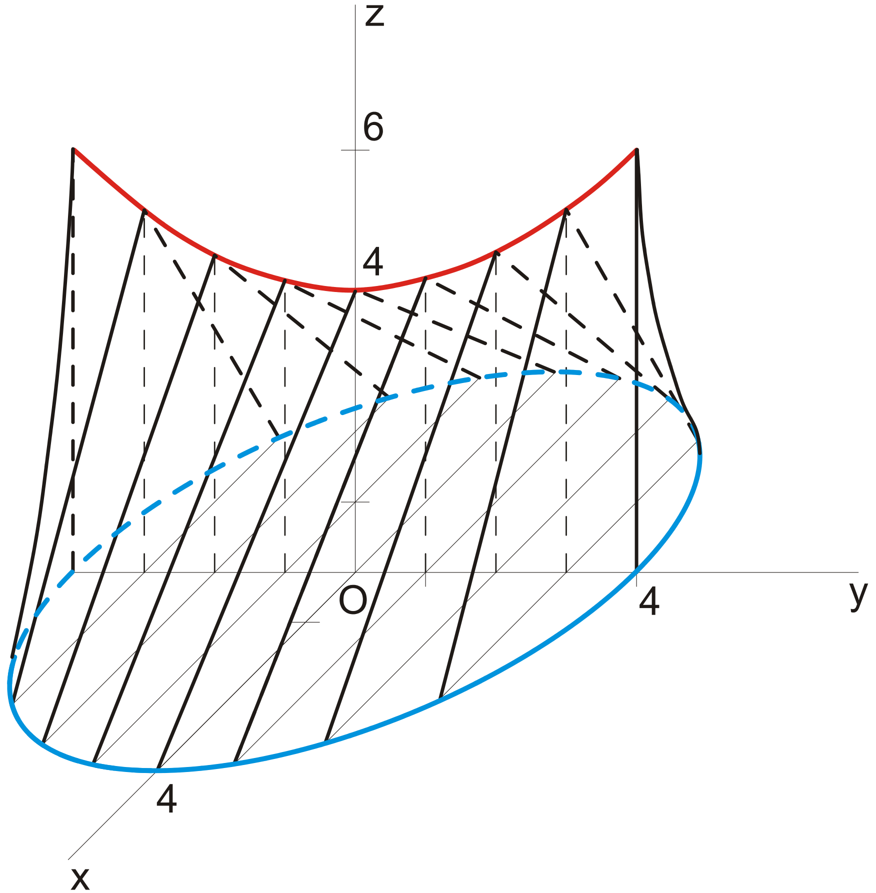
Další přímkové plochy - konusoidy

Systém přímek Montpelliérského oblouku



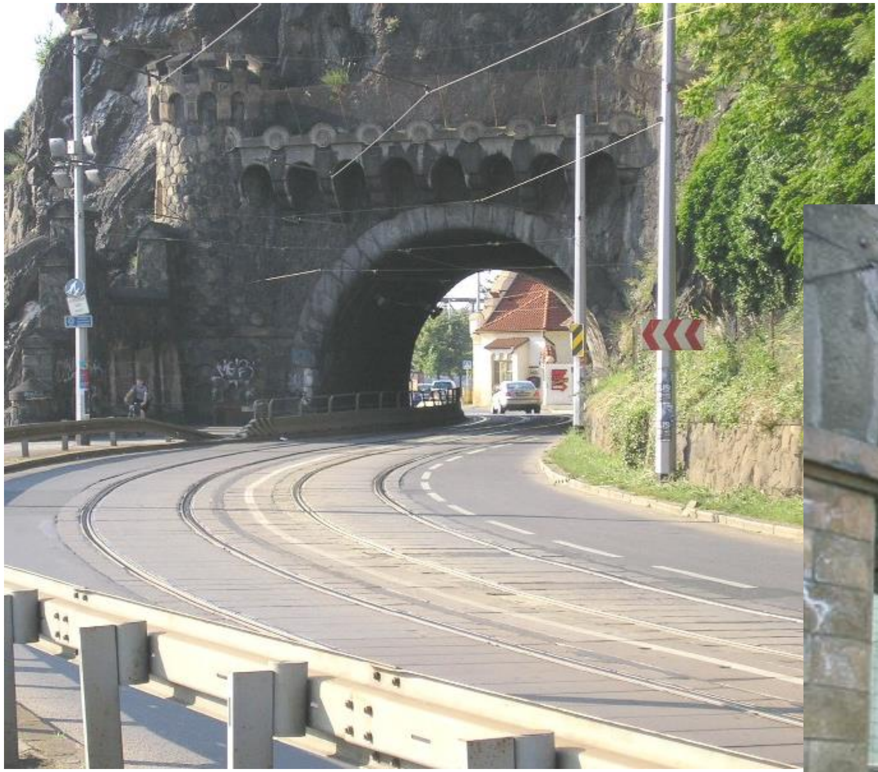
Další přímkové plochy - cylindroidy

2 řídicí křivky, 1 řídicí rovina



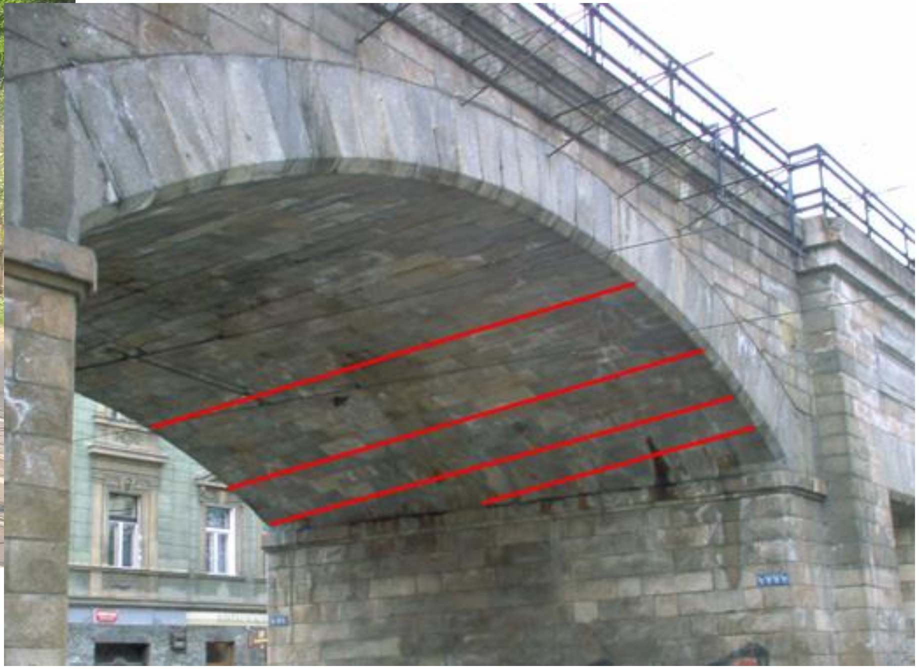
Kruhovo-parabolický cylindroid

- Další přímkové plochy – plocha šikmého průchodu



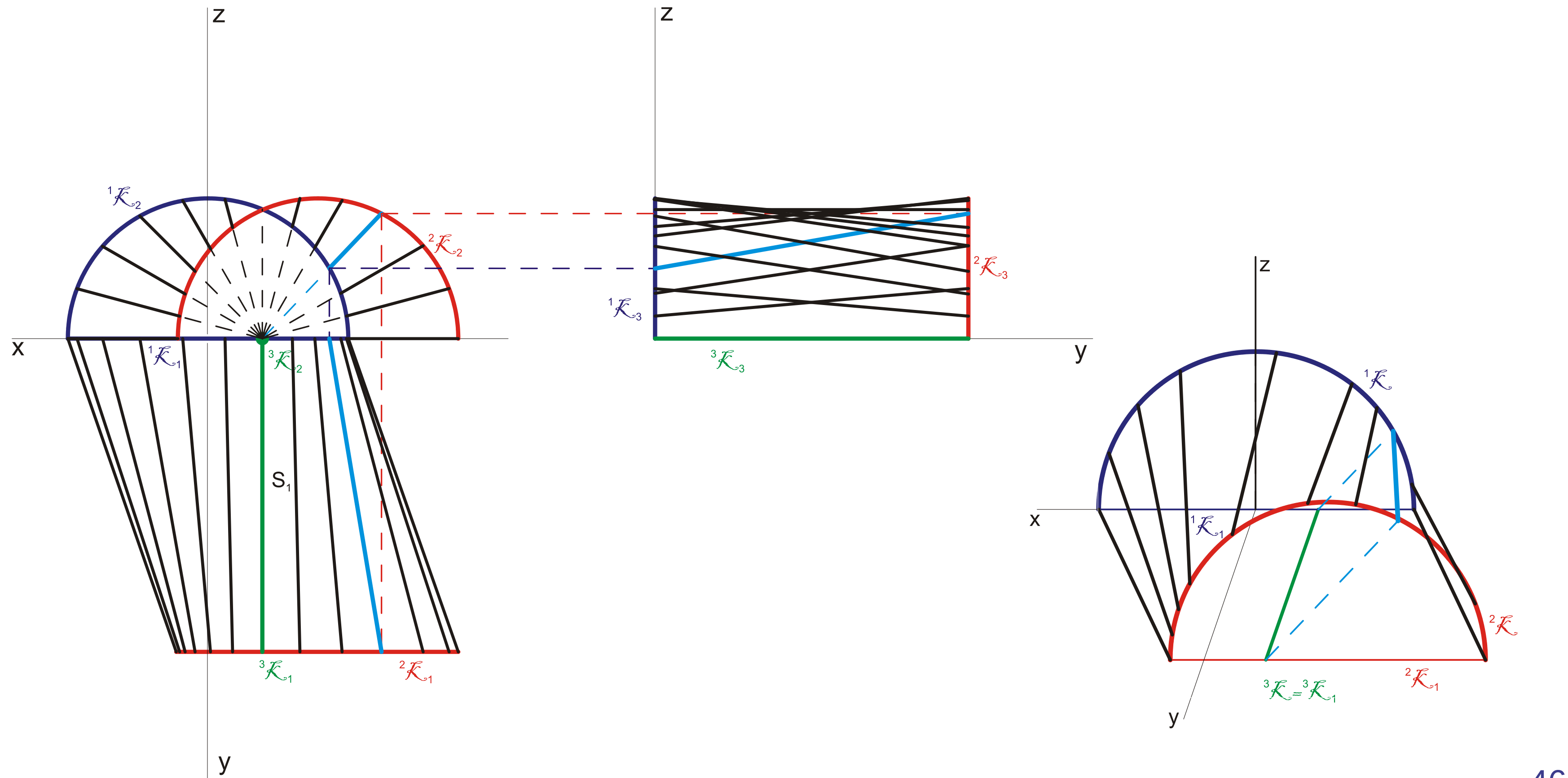
Vyšehradský tunel

Negrelliho viadudt (Praha – Karlín)



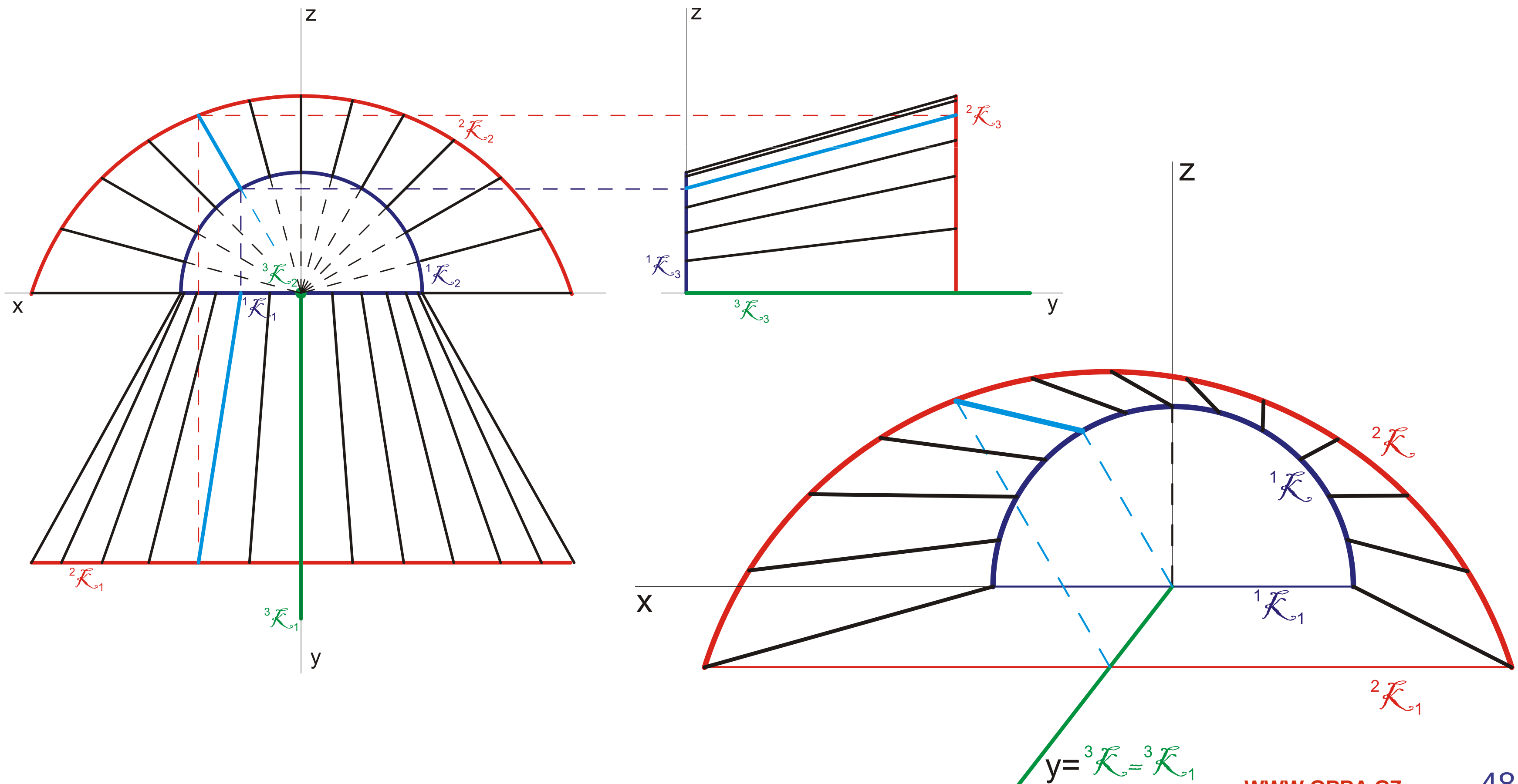
Další přímkové plochy – plocha šikmého průchodu

Systém přímek plochy



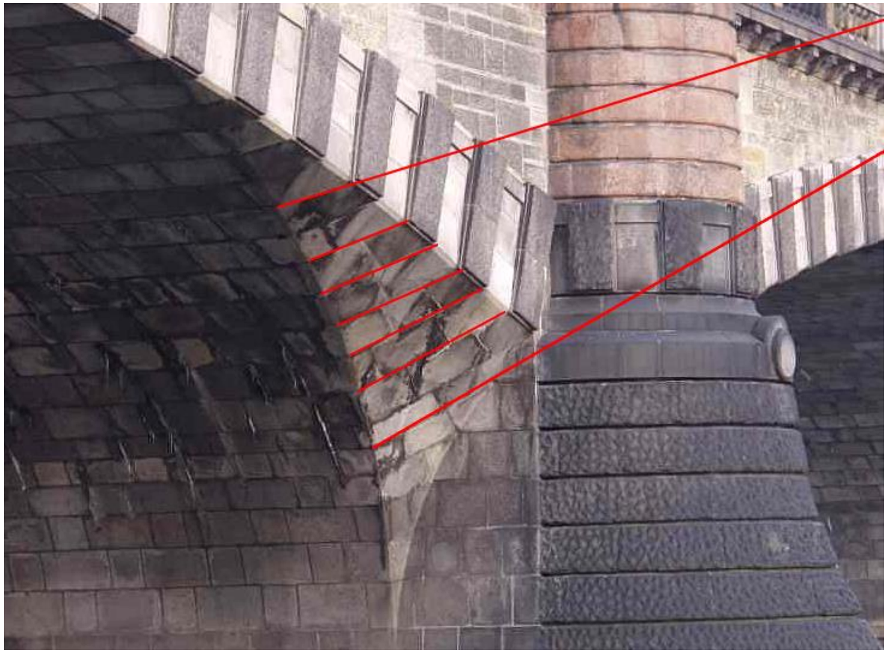
- Další přímkové plochy – Marseillský oblouk

- Další přímkové plochy – Marseillský oblouk



- Další přímkové plochy – corne de vache

Most Legií v Praze



Mimoběžné ložné spáry kamenných bloků

Další zajímavé plochy v doplňkových přednáškách v LS 2015.

ČVUT FSv – program Stavební inženýrství

Zdroje

- Str. 2 - www.landal.cz
- Str. 3 - http://www.grad.hr/itproject_math/Links/sonja/pravcaste/opce/opce.html
- Str. 5 - www.grad.hr/sgorjanc/.../natkrivanje.html
- Str. 6 - www.hamelika.cz/pamatky/kostely/.../HLEDKOST.HTML
- Str. 7 - http://mdg.vsb.cz/jdolezal/DgFAST/Realizace/ZborcenyHyperboloid/ZborcenyHyperboloid.html
- Str. 8 - http://cs.wikipedia.org/wiki/cs:Jadern%C3%A1%20elektr%C3%A1rna%20Temel%C3%ADn?uselang=en
- Str. 9 - http://www.bratislavskenoviny.sk
- Str. 10 - www.flickr.com
- Str. 18 - http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Rozhledna_Boruvka_2.JPG , http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Rozhledna_Slune%C4%8Dn%C3%A1.JPG
- Str. 20 - http://en.wikipedia.org/wiki/Shukhov_Tower_in_Polibino
- Str. 21 - http://commons.wikimedia.org/wiki/File:McDonnell-Planetarium.jpg
- Str. 22 - www.flickr.com
- Str. 23 - http://pc.blogspot.com/2010/12/hypar-pavilion-at-nys-lincoln-center-by.html
- Str. 24 - http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Valencia_Oceanografic.jpg
- Str. 25 - www.flickr.com
- Str. 26 - http://en.wikipedia.org/wiki/Paraboloid
- Str. 31 - http://stavbaweb.dumabyt.cz/Rubriky-1/Rodinny-dum-v-Klinci-u-Prahy.html
- Str. 33 - http://cs.wikipedia.org/wiki/Sagrada_Fam%C3%ADlia
- Str. 34 - http://www.canadianarchitect.com/asf/principles_of_enclosure/index_frameset.htm

Zdroje

- Str. 36 - http://www.kostelycz.cz/okresy/praha10.htm
- Str. 37 - http://www.casopisstavebnictvi.cz/budova-doc-mercury-ceske-budejovice-s-autobusovym-nadrazim-na-strese-stavby_A336_I08_07
- Str. 38 - http://www.todayandtomorrow.net/page/204/
- Str. 39 - http://www.bratislavskenoviny.sk, http://www.epochtimes.de/Ein-Haus-fuer-die-Freiheit-a155840.html
- Str. 40 - http://mdg.vsb.cz/jdolezal/DgFAST/Realizace/Konoidy/Konoidy.html
- Str. 42 - http://www.tfa-czech.cz/tfa-stramberska-truba-2013/, http://mdg.vsb.cz/jdolezal/DgFAST/Realizace/Konusoidy/Konusoidy.html
- Str. 45 - http://mdg.vsb.cz/jdolezal/DgFAST/Cviceni/Konusoidy/SikmyPruchod.html
- Str. 46 - http://www.karlin.mff.cuni.cz/~jole/deskriptiva/GeometrickePlochy.html
- Str. 49 - http://15122.fa.cvut.cz/projekty/grant01/plochy/legii.htm